

Tema 1

- Il candidato, partendo dalla descrizione di un problema di interesse per l'ingegneria, ne illustri la modellazione fisica e matematica.
- Successivamente, il candidato affronti uno a scelta dei seguenti esercizi:

Esercizio 1. Sia A la matrice 3×3 definita da:

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- (i) La matrice A è diagonalizzabile? Calcolare i suoi autovalori e autovettori.
- (ii) Facendo opportunamente uso dei risultati del punto (i), determinare i punti critici del sistema autonomo

$$\dot{x} = Ax$$

e stabilirne la natura.

Esercizio 2.

- (i) Determinare la soluzione generale dell'equazione

$$y'' + y = 0.$$

- (ii) Determinare la soluzione generale dell'equazione

$$y'' + y = \sin(x).$$

- (iii) Studiare, al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$, il problema ai limiti

$$\begin{cases} y'' + y = \sin(x) \\ y(0) = y(\pi) = a. \end{cases}$$