

Analisi Matematica 2 – Ing. Edile-Architettura – (Foschi)
Compito del 12 gennaio 2005

Esercizio 1. L'equazione

$$5e^{xy+z} = y - xz^2$$

definisce implicitamente una funzione $z = f(x, y)$ in un intorno del punto $P = (x_0, y_0, z_0) = (0, 5, 0)$. Determinare l'equazione del piano tangente al grafico di f nel punto P e calcolare il differenziale di f nel punto $(x_0, y_0) = (0, 5)$.

Esercizio 2. Risolvere il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) + \frac{2t}{t^2 - 1}y(t) = t, \\ y(2) = 0. \end{cases}$$

Esercizio 3. Calcolare il volume di due cilindri circolari di raggio R i cui assi si intersecano ortogonalmente, impostando e risolvendo un opportuno integrale triplo.

Esercizio 4. Facendo uso delle formule di Gauss-Green calcolare l'integrale doppio

$$\iint_D (x + 2y) \, dx \, dy,$$

dove D è la regione delimitata dalla curva chiusa descritta dalla parametrizzazione $t \mapsto (x(t), y(t))$ con $x(t) = 1 - \cos(2t)$ e $y(t) = \sin(t)$ al variare di t nell'intervallo $[0, \pi]$.

Esercizio 5. Determinare il carattere della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} (n^\alpha - \sin(n^\alpha))$$

al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$.