Analisi Matematica 2 - Ing. Edile-Arch. - (Foschi)
Compito del 22 settembre 2004

Esercizio 1. Si determinino i punti di massimo e i punti di minimo della funzione

$$f(x,y) = (y^2 - x)\mathrm{e}^x,$$

ristretta al dominio

$$D = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 5\right\}.$$

Esercizio 2. Si determini per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$y' = y(1-y), \qquad y(0) = a,$$

è tale che $\lim_{x\to+\infty} y(x) = 1$.

Esercizio 3. Sia $F : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ il campo vettoriale definito da

$$F(x,y,z) = (z + \mathrm{e}^y,\, 2y + x\mathrm{e}^y,\, x).$$

Si verifichi che F è conservativo e si determini un suo potenziale. Si calcoli inoltre il lavoro compiuto da F lungo l'arco di elica cilindrica parametrizzato da

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \sin t, \\ z = t \in [0, 4\pi]. \end{cases}$$

Esercizio 4. Calcolare il valore dell'integrale triplo

$$\iiint_\Omega (z+1)\,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}y\,\mathrm{d}z,$$

dove Ω è la regione di $\mathbb{R}^3$ definita da

$$\Omega = \left\{(x,y,z) :\ x^2 + y^2 \leq z \leq 4(x^2+y^2),\ z \leq 1\right\}.$$

Esercizio 5. Al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$ si discuta la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(1+n^\alpha)\,(1+\log n)}.$$

Esercizio 6. Si determinino le coordinate del baricentro della porzione di superficie della sfera di equazione $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ contenuta nell'ottante $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.