

Analisi Matematica 2 - Ing. Edile-Arch. - (Foschi)
Compito dell'8 settembre 2004

Nome e Cognome:	Matricola:
-----------------	------------

Esercizio 1. Determinare la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' - 4y' + 3y + e^x = 0, \\ y(0) = -\frac{1}{3}, \\ y'(0) = 0, \end{cases}$$

e tracciarne un grafico approssimativo in un intorno di $x = 0$ (studiando in particolare la crescita e la concavità in tale punto).

Esercizio 2. Sia $F : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ il campo vettoriale definito da

$$F(x, y, z) = (z + e^y, 2y + xe^y, x).$$

Si verifichi che F è conservativo e si determini un suo potenziale. Si calcoli inoltre il lavoro compiuto da F lungo l'arco di elica cilindrica parametrizzato da

$$\begin{cases} x = \cos t, \\ y = \sin t, \\ z = t \in [0, 4\pi]. \end{cases}$$

Esercizio 3. Calcolare il valore dell'integrale triplo

$$\iiint_{\Omega} (z + 1) \, dx \, dy \, dz,$$

dove Ω è la regione di \mathbb{R}^3 definita da

$$\Omega = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 \leq z \leq 4(x^2 + y^2), z \leq 1\}.$$

Esercizio 4. Si determini il raggio di convergenza della serie di potenze

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n} + a^{2n} \right) x^n,$$

in funzione del parametro $a \in \mathbb{R}$.

Esercizio 5. Si determinino le coordinate del baricentro della porzione di superficie della sfera di equazione $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ contenuta nell'ottante $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$.

Esercizio 6. Si determinino i primi tre termini non nulli dello sviluppo di Taylor della funzione $y(x)$ definita implicitamente dall'equazione

$$xe^y - ye^x + 1 = 0,$$

nell'intorno del punto $(x_0, y_0) = (0, 1)$.