

**Analisi Matematica 2 - Ing. Edile-Arch. - (Foschi)**  
**Compito del 22 luglio 2004**

Nome e Cognome:	Matricola:
-----------------	------------

*Esercizio 1.* Determinare l'equazione della retta tangente nel punto  $(x_0, y_0) = (1, \sqrt{2})$  alla curva definita implicitamente dall'equazione

$$y + \arctan(x^2 - y^2) = \sqrt{2} - \frac{\pi}{4}.$$

*Esercizio 2.* Si determini per quali valori dei parametri  $a, b \in \mathbb{R}$  si ha la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^a}{\log(1 + n^b)}.$$

*Esercizio 3.* Si determinino i primi tre termini non nulli dello sviluppo di Taylor centrato in  $t = 1$  della soluzione  $y(t)$  del problema di Cauchy

$$y' = \arctan(t^2 - y^2), \quad y(1) = \sqrt{2}.$$

*Esercizio 4.* Si descriva in modo qualitativo il comportamento delle soluzioni  $y(t)$  dell'equazione differenziale

$$y' = \arctan(t^2 - y^2).$$

[Si traccino i grafici approssimativi delle varie soluzioni dopo aver compreso il comportamento delle loro derivate.]

*Esercizio 5.* Verificare che la curva  $C$  in  $\mathbb{R}^3$  parametrizzata da

$$x(t) = (\cos t)(\sin t), \quad y(t) = (\sin t)^2, \quad z(t) = \cos(t), \quad t \in [0, 2\pi],$$

giace sulla sfera di centro  $(0, 0, 0)$  e raggio 1. Calcolare poi l'integrale curvilineo (di prima specie):  $\int_C z \, ds$ .

*Esercizio 6.* Il campo vettoriale  $V(x, y, z) = (x, -2x - y, z)$  descrive la velocità di un fluido di densità omogenea  $\rho$ . Sia  $T$  il triangolo di vertici  $(1, 0, 0)$ ,  $(0, 1, 0)$ ,  $(0, 0, 1)$ . Calcolare la massa del fluido che attraversa  $T$  nell'unità di tempo. [Sugg.: si tratta di impostare un integrale di flusso.]