

Analisi Matematica 2 - Ing. Edile-Arch. - (Foschi)
Compito del 5 luglio 2004

| | |
|-----------------|------------|
| Nome e Cognome: | Matricola: |
|-----------------|------------|

Esercizio 1. Si determinino e si classifichino tutti i punti critici della funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ definita da

$$f(x, y) = (x - 1)(y + 1)(x - y + 1).$$

Esercizio 2. Sia $g : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ la funzione

$$g(x, y) = \left(\frac{\partial f}{\partial x}(x, y), \frac{\partial f}{\partial y}(x, y) \right),$$

dove f è la funzione definita nell'esercizio precedente. Determinare per quali valori del parametro $a \in \mathbb{R}$ la funzione g è localmente invertibile nel punto $(a, 0)$.

Esercizio 3. Si determini per quali valori dei parametri $a, b \in \mathbb{R}$ si ha la convergenza della serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 + n^a}{1 + n^b}.$$

Esercizio 4. Determinare per quali valori dei parametri $a, b \in \mathbb{R}$, la soluzione $y(t)$ dell'equazione differenziale non lineare

$$y'' + (y')^2 = 0,$$

con dati iniziali $y(0) = a$ e $y'(0) = b$, è definita sull'intervallo $] - 1, 1[$.
[Se si pone $z(t) = y'(t)$, l'equazione del secondo ordine per y diventa un'equazione del primo ordine per z .]

Esercizio 5. Calcolare il perimetro, l'area e il baricentro della porzione di piano delimitata dalla parabola $x = y^2 - 1$ e dalla retta $x = y + 1$.
[Può essere utile sapere che la funzione

$$\frac{1}{2}t\sqrt{1 + 4t^2} + \frac{1}{4}\log(\sqrt{1 + 4t^2} + 2t)$$

è una primitiva della funzione $\sqrt{1 + 4t^2}$.]

Esercizio 6. Si enunci la formula di Gauss-Green con opportune ipotesi di regolarità per la sua validità e se ne descriva una sua applicazione.